

ОДЕЉЕЊЕ ОБДАРЕНИХ УЧЕНИКА МАТЕМАТИЧКЕ ГИМНАЗИЈЕ

16.04.2020.

1. Пет радника обављају један посао. Први, други и трећи радећи заједно заврше читав посао за  $7,5h$ ; први, трећи и пети за  $5h$ ; први, трећи и четврти за  $6h$ ; други, четврти и пети за  $4h$ . За које време би посао завршили свих пет радника радећи заједно?
2. Две свеће различитих дужина и дебљина запаљене су истовремено. Дужа свећа би сасвим сагорела за  $3,5h$ , а краћа за  $5h$ . Пошто су гореле по  $2h$  дужине су им једнаке. За колико процената је дужа свећа у почетку била дужа од краће?
3. Одредити целе бројеве  $a$  и  $b$  такве да је број  $1 + \sqrt{3}$  решење једначине  $3x^3 + ax^2 + bx + 12 = 0$ .
4. Наћи све парове  $(n, m)$  целих бројева за које важи  $3n^2 + 2nm + 3 = m^2 + 10$ .
5. За сетву је узорано  $300ha$ . Да је било још три трактора, рад би био завршен 6 дана раније. Колико је било трактора ако један трактор дневно узоре  $15ha$ ?
6. Путници А и Б пођу један другом у сусрет и сретну се после  $4h$ . Да су обојица прелазили на сат по пола километра више, срели би се после  $3\frac{3}{5}h$ . А ако би истовремено кренули у истом смеру, А иза Б, тек после  $6h$  би се одстојање између њих смањило за једну шестину. Колика је брзина сваког путника? Колика је била раздаљина између њих на почетку?
7. Решити систем једначина:
$$\begin{aligned}x^2 + 2y + 1 &= 0, \\y^2 + 2z + 1 &= 0, \\z^2 + 2x + 1 &= 0.\end{aligned}$$
8. Сестра каже брату: „Ја сада имам два пута више година него што си ти имао када сам ја имала толико година колико ти имаш сада. А када ти будеш имао толико година колико ја имам сада, заједно ћемо имати 63 године.” Колико је година сестра старија од брата?
9. У једној продавници воћа продаване су јабуке, крушке и шљиве. Количина шљива била је једнака трећини укупне количине воћа. У току дана продата је половина свих јабука,  $\frac{2}{3}$  крушака и све шљиве. Колико процената укупне количине воћа је продато ако је укупно остало упола мање воћа него што је на почетку било крушака?