05.03.2020.

1.У правоуглом троуглу ABC (C прав угао) је AC>BC и D средиште хипотенузе. Права p је нормална на CD из тачке D сече BC у тачки E и AC у F. Доказати да нормала из C на AB полови дуж EF.

2. У правоуглом троуглу ABC (C прав угао) CD је висина, CL симетрала угла BCD и M средиште дужи CL. Права AM сече CD и CB редом у тачкама Q и S. Доказати да је четвороугао COLS ромб.

3. У троуглу ABC повучена је висина CD и тежишна дуж CE. Познато је да важи ∡ACD=∡DCE=∡ECB. Одреди углове троугла ABC.

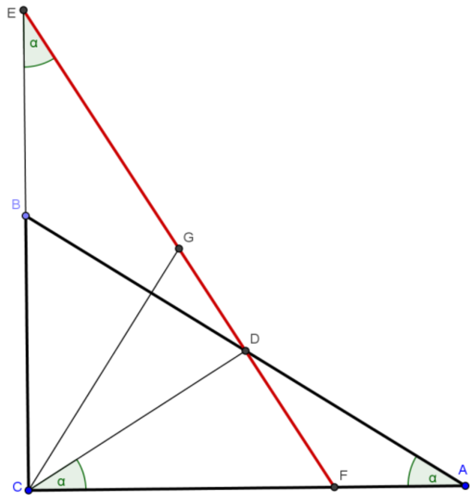
4. Троугао ABC је правоугли троугао са хипотенузом AB. На катети AC изабрана је тачка D, а на дужи BD тачка К тако да је ∡ABC=∡KAD=∡AKD. Доказати да је ВК=2DC.

5. Дат је једнакокраки троугао ABC са врхом C и углом γ=80°. У троуглу је одабрана тачка M тако да је ∡MBA=30° и ∡MAB=10°. Колико је угао AMC?

6. Код једнакокраког троугла ABC угао ∡ACB=108°. Симетрала угла α сече крак BC у тачки E. Ако је тачка D подножје висине из врха C на AB онда је AE=2CD. Доказати.

Драгољуб Костић

1.



ΔACD jednakokrak (hip. tez. duz) pa je ∡ACD=∡α

∡DCE=90-α

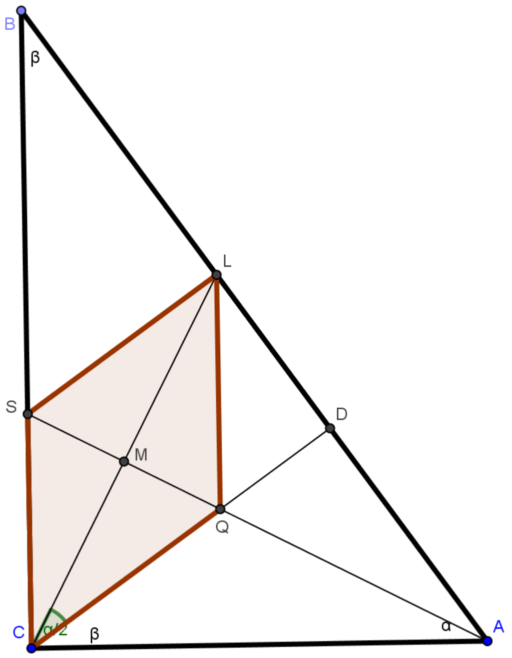
∡CED=∡α из ΔCDE

∡ABC=90-α, па је ∡ECG=∡α

ΔCEG је једнакокрак и правоугли

CG је хипотенузина тежишна дуж

2.



Нека је ∡CAB=∡α. Тада је ∡ACD=90°-α=∡β

Како је ∡ACB=90°, то је ∡BCD=∡α.

CL је симетрала ∡DCL=∡α/2

∡ACL=90°-α+α/2=∡90-α/2
∡ALC је спољашњи за ΔBCL па је ∡ALC=90°-α+α/2=∡90-α/2.

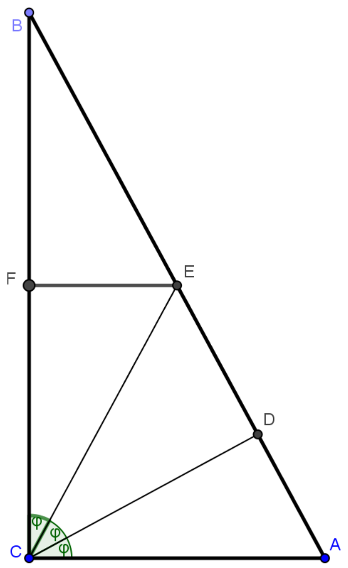
ΔALC једнакокрак

Како је M средиште LC значи да је AM висина ΔALC

Тачка Q припада висини AM на основицу CL па је CQ=LQ.

Нормалне дијагонале и једнаке суседне странице значи да је CQLS ромб.

3.



ΔACD≅ΔECD (УСУ) односно ΔACE једнакокрак
Нормала EF на BC.

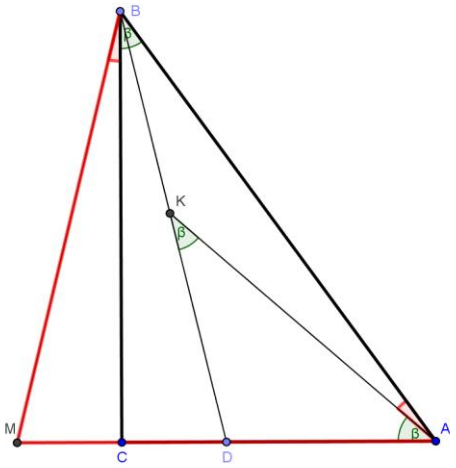
EF=ED јер је E на симетрали ∡BCD

EF средња линија ΔACD па је CF=BF

ΔACD≅ΔECD (СУС) односно ΔACE једнакокрак

BE=CE=AE ра је CE тежишна дуж и ∡ACB=90°

4.



Продужимо DC преко C за DC и добијемо M па је ΔMDB једнакокрак и BC је висина.

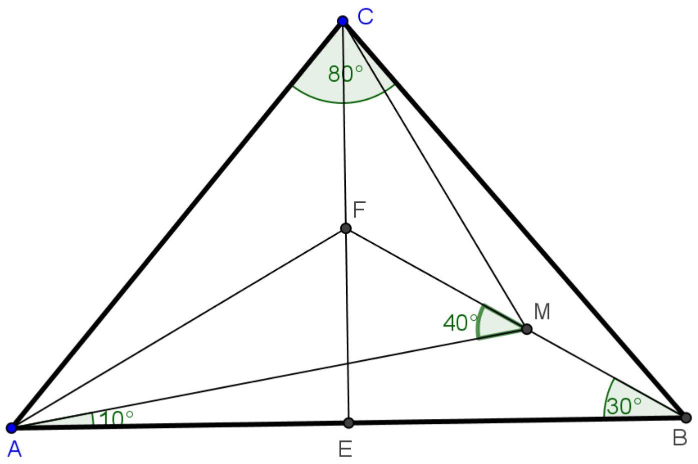
∡β=∡CBD+∡DBA и
∡β=∡KAB+∡ABK као спољашњи за ΔABK.

Из ове две једнакости следи да је ∡KAB=∡CBD=∡CBM.

Због углова је ΔMAB једнакокрак.

BD=BM=AM и DK=DA следи да је BK=DM.

5.



Пошто је једнакокраки да повучемо висину CE

BM пресек CE је тачка F.

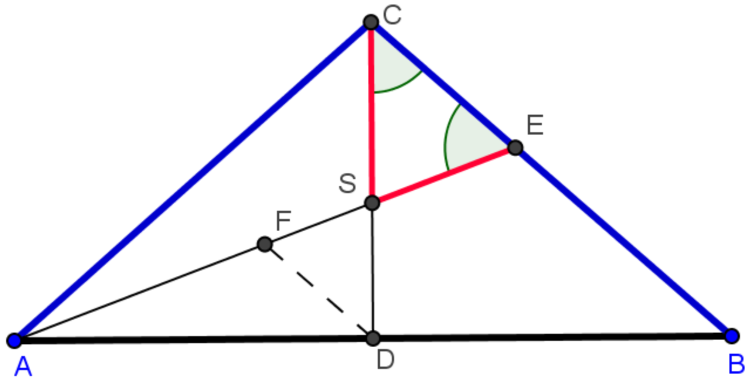
Из ΔABF закључујемо да је ∡MAF=20^0

∡FAC=20^0

ΔACF≅ΔAMF (УСУ) ра је CF=MF.

∡AFM=∡AFC=120^0 ра је ∡MFC=120^0

6.



Нека је S пресек висине и симетрале.
.
Тада је ∡CAE=18° и ∡AEC=54°.

Зато је ΔSEC једнакокрак и SE=SC.

Нека је F средиште AE, па је DF средња линија.

DF‖BC па је ΔSDF једнакокрак и SF=SD.

Зато је CD=EF.