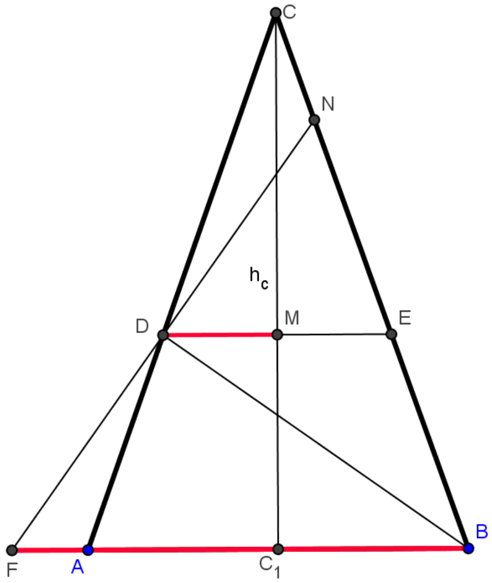
05.03.2020.
1. Дат је оштроугли једнакокраки троугао ABC. Симетрала угла β сече крак AC у тачки D. Нормала из тачке D на BD сече праву AB у тачки F. Права која садржи тачку D и паралелна је основици AB сече крак BC у тачки E, а висину из C у тачки M. Доказати да је 4 DM=FB.
2. Задати су међусобно нормалне праве p и r који се секу у тачки S. На правој p изабрана је тачка E таква да је ES=V6, а на правој r различите тачке F и H такве да је FS=HS=3V2. Одредити површину дела равни који ограничавају кружница пречника EF и кружница пречника HE.
3. Симетрала хипотенузе AB правоуглог троугла ABC одсеца троуга чија је површина три пута мања од површине троугла ABC. Колики су углови троугла?
4. Права p паралелна са страницом AB троугла ABC, полови страницу BC и сече симетралу угла α у тачки T. Ако је O центар уписаног круга троугла ABC, доказати да је $\measuredangle\beta=2\delta$, где је $\measuredangle\delta=\measuredangle OCT$.
5. У конвексном четвороуглу ABCD тачке E, F и G су средишта страница AD, DC и AB редом. При томе је $GE\perp AD$ и $GF\perp CD$. Израчунај угао $\measuredangle ACB$.
6. У троуглу ABC $\measuredangle\beta=45°$. На страници BC изабрана је тачка D таква да је CD=2BD и $\measuredangle BDA=120°$. Одредити углове троугла ABC.

1.



Нека је N пресек праве DF и крака BC.

ΔBFN једнакокраки због подударности ΔBDF и ΔBDN.

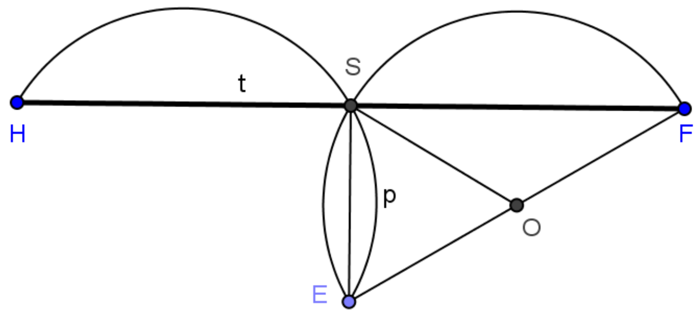
DE је и хипотенузина тезисна дуз (ΔBDN) и средња линија (ΔBFN)

Зато је BF=2DE.

Нека је M пресек праве DE и висине CC_1.

DE=2DM.

2.



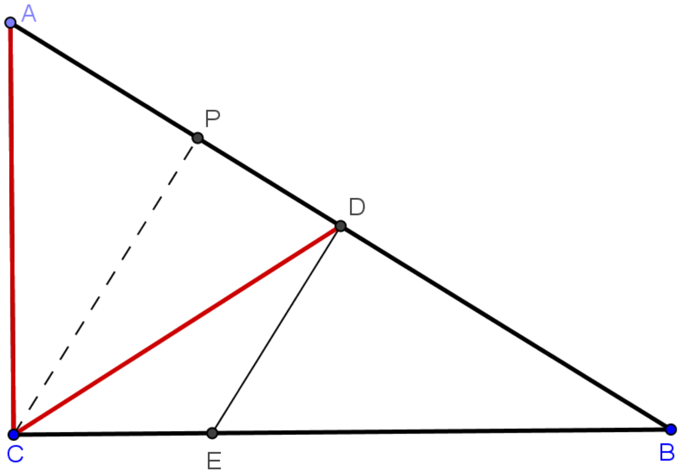
Нормалне праве и дужине следи Питагорина теорема.EF^2=6+18=24. EF=2V6/

Због правог угла EF је пречник па је r=V6.

ΔOSE је једнакостраничан јер је OE=OS=SE=V6

Зато је ∡EOS=60^0. Површина одсечка

3.



P(ΔBDE) је три пута мања од P(ΔABC) па је 3BD*ED=AB*hc и 2BD=AB добијамо hc:DE=3:2

ΔBDE~ΔBPC па је BD:BP=2:3 и AB/2:BP=2:3 па је AB:BP=4:3.

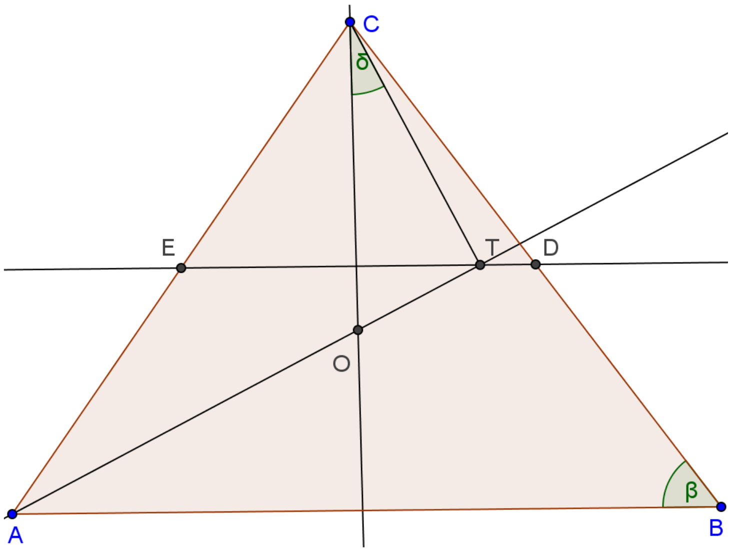
PD четвртина од AB, значи P се средиште AD.

ΔADC једнакокрак па је CD=AC.

CD је хипотенузина тежисна дуж па је CD=AD

ΔACD једнакостраничан.

4.



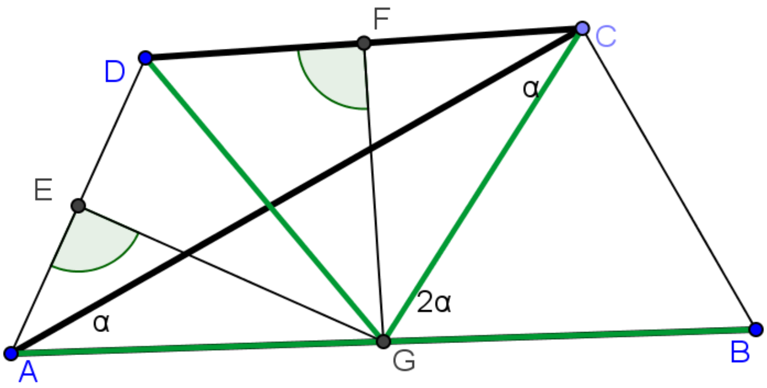
Симетрала угла пресеца паралелну праву. Следи да је ΔAET је једнакокрак.

ET=EA=EC па је ET хипотенузна тежишна дуж.

ΔATC је правоугли па је α/2+γ/2+δ=90°, односно δ=(180°- α-γ)/2

β=180°-α-γ.

5.



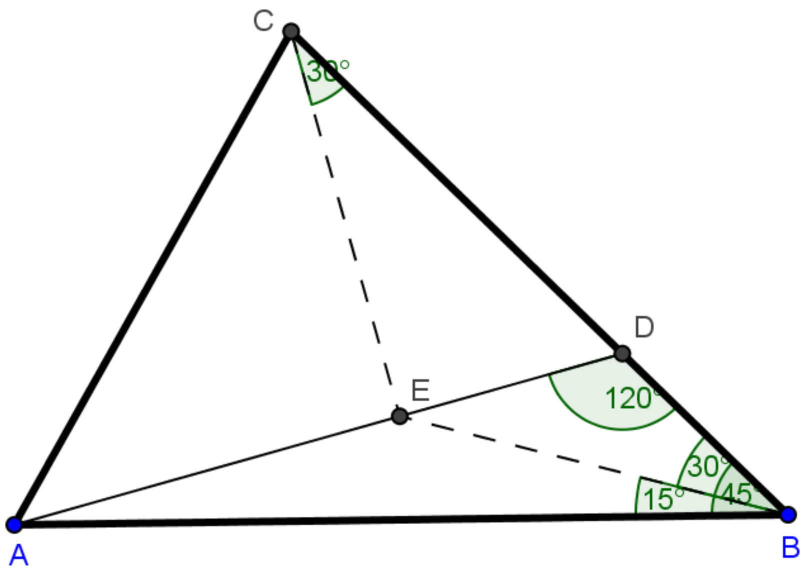
E је средиште AD и GE⊥AD па је ΔAGD једнакокрак.

Зато је AG=GD.

Аналогно је DG=CG.

Добијамо да је AG=DG=CG=BG што значи да је CG хипотенузина тежишна дуж.

6.



Нормала из C на AD је дуж CE.

ΔCDE правоугли са 30° па је DE=CD/2

ΔBDE је једнакокрак због CD=2BD па је ∡DBE= ∡DEB=30°

∡BAD=15° односно ΔABE једнакокрак.

ΔBCE је једнакокрак (30°) значи да је CE=BE=AE.

∡ACE=45°.