

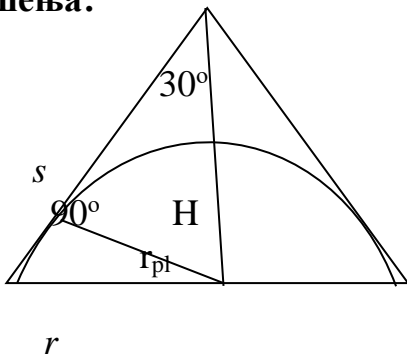
**20. час**  
**Припремна настава за упис у СМ одељење (07.5.2020.)**  
**Ваљак, купа, лопта**

1. У купу изводнице  $s = 8\text{cm}$  и нагибног угла изводнице према основи од  $60^\circ$  уписана је полулопта, тако да велики круг полулопте припада основи купе, а површ полулопте додирује омотач купе. Израчунати дужину полупречника полулопте.
2. У правилну четворостану пирамиду уписана је лопта. Растојање центра лопте од врха пирамиде је  $2\text{cm}$ , а нагибни углови бочних страна пирамиде према равни основе су  $60^\circ$ . Израчунај запремину пирамиде.
3. У лопту полупречника  $8\text{cm}$  уписана је купа. Центар лопте налази се у унутрашњости купе, на растојању  $7\text{cm}$  од основе купе. Израчунај запремину купе.
4. Површина купе је три пута већа од површине лопте уписане у ту купу. Одреди однос запремина лопте и купе.
5. Лопта полупречника  $24\text{cm}$  пресечена је двама паралелним равнима са исте стране центра лопте. Колико је растојање између тих равни, ако су површине кругова који се добијају у пресецима  $560\pi\text{cm}^2$  и  $540\pi\text{cm}^2$ ?
6. Израчунај полупречник лопте која додирује основу  $ABS$  и ивице  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$  правилног тетрадра  $SABC$  ивице  $\sqrt{6}\text{cm}$ .

Ана Станковић  
ana.stankovic@prvagimnazija.edu.rs

## Решења:

1.



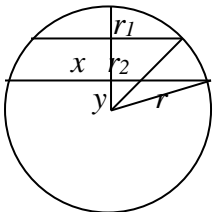
Из датих података добијају се висина купе полупречник основе,  $H = 4\sqrt{3}cm$ ,  $r = 4cm$ , а из правоуглог троугла са хипотенузом Н (види слику), добија се да је  $r_{pl} = 2\sqrt{3}cm$

2. Посматрај пресек пирамиде и равни која садржи висину пирамиде и паралелна је једном пару основних ивица-тај пресек је једнакостранични троугао (јер је  $h=a$ ), у који је уписан круг. На основу датих података и углова, добијамо да је  $H=r+2$ ,  $r=1cm$ ,  $H=3cm$ ,  $a = 2\sqrt{3}cm$ , па је  $V = 12cm^3$

3. На основу датих података је  $H = r_l + 7 = 15cm$ , а из правоуглог троугла чије су катете 7 и  $r_k$  и хипотенуза  $r_l$ , имамо  $r_k = \sqrt{15}cm$ . Тражена запремина је  $V = 75\pi cm^3$ .

4. Нека је  $R$  полупречник основе,  $s$  изводница и  $H$  висина купе, а  $r$  полупречник лопте. Тада је  $R:s = r:(H-r)$ , док из  $P_k = 3P_l$  добијамо  $12r^2 = R^2 + Rs$ . Добија се  $V_l:V_k = 1:3$

5.



Ако је  $x$  тражено растојање, а  $r_1$ ,  $r_2$  полупречници кругова у пресецима,  $r$  полупречник лопте и  $y$  растојање центра лопте до ближе равни, тада је (види слику):

$$r^2 = (x + y)^2 + r_1^2$$

$r^2 = y^2 + r_2^2$ , одакле добијамо да је  $(x + y)^2 = 36$  и  $y^2 = 16$ , па је тражено растојање  $2cm$ .

6. Нека је  $O$  центар лопте и  $D$  и  $E$  тачке у којима лопта додирује основу  $ABC$  односно ивицу  $SA$  тетраедра. Троуглови  $SOE$  и  $SAD$  су слични па добијамо  $r = (\sqrt{3} - 1)cm$