Припремна настава за упис у СМ одељење

четвртак, 23.04.2020.

1. Од два задата броја израчунава се нови број на следећи начин: збир првог и другог даје трећи број, другом броју се дода трећи и добија четврти и тако даље. Одредити збир првих шест, на овај начин добијених бројева, ако је пети број, 7.

2. Одредити све природне бројеве n за које се разломак $\frac{7n+5}{3n+2}$ може скратити.

3. Ако је збир три цела броја дељив са 6, доказати да је и збир њихових кубова дељив са 6.

4. Да ли су бројеви $A=\frac{m^3}{3}+\frac{m^2}{2}+\frac{m}{6}$, $B=\frac{m^2}{2}-\frac{2m}{3}+\frac{m^3}{6}$, $C=\frac{m^5-5m^3+4m}{120}$, цели?

5. За природне бројеве a и b, доказати неједнакост:

$a+b \leq NZD(a, b)+NZS(a+b)$. За које вредности a и b важи једнакост?

6. Дат је шестоцифрени природан број n. Ако је разлика бројева који су формирани од прве три и последње три цифре (без промене поретка цифара) дељива са 7, онда је и дати број дељив са 7. Доказати.

7. Одредити све природне бројеве који су дељиви са 8, имају збир цифара 7, а производ цифара 6.

8. Да ли је 81-цифрени број, који се пише само јединицама, дељив са 81?

9. Одредити најмањи природан број чија је половина квадрат целог броја, чија је трећина куб целог броја и чија је петина пети степен неког целог броја.

1. x, y, $x+y$, $x+2y$, $2x+3y$, $3x+5y$. $4(2x+3y)=28$.

2. $7n+5$ и $3n+2$ су узајамно прости, за све природне бројеве n.

3. $a^3+b^3+c^3-(a+b+c)=a(a-1)(a+1)+b(b-1)(b+1)+c(c-1)(c+1)$. $6/a+b+c$ и десна страна исто тако, дакле и $a^3+b^3+c^3-(a+b+c)$.

4.

$$A=\frac{m(m+1)(2m+1)}{6},\quad B=\frac{m(m+1)(m+2)}{6}-m,\quad C=\frac{(m-2)(m-1)m(m+1)(m+2)}{120}.$$

5. $d=NZD(a,b)$, $s=NZS(a,b)$, $ab=ds$, $d+ab:d\geq a+b$,

$(d-a)(d-b)\geq 0$, $d\leq a$, , $d\leq b$. Једнакост, za $d=a$, или $d=b$. (За случај да је један од бројева је садржан у другом.)

6. $n=1000a+b$, $n+(a-b)=1001a$, $1001=7\cdot 143$, $a-b=7k$, $n=7m$.

7. Ради се о парним бројевима јер су дељиви са 8. Завршне цифре не могу бити 0,4 и 8, јер је производ цифара 6. То су 2 или 6. А) Међу бројевима чије су цифре 1 и 6, једини је случај 16.

B) Бројеви чије су цифре 1, 2 и 3. Кандидати: 1132, 1312, и 3112, али први није дељив са 8. Задатак има 3 решења.

8. Да. Број је очигледно дељив са 9, а после дељења са 9 добија се број облика

12345679 0123456790...012345679. Збир цифара у свакој од ових 9 група

истоветних цифара је 37.

9. Да би тражени природан број био најмањи, облика је $n=2^k\cdot 3^m\cdot 5^l$.

$\frac{n}{2}=2^{k-1}\cdot 3^m\cdot 5^l$, $2/k-1$, $2/m$, $2/l$. $3/k$, $3/m-1$, $3/l$. $5/k$, $5/m$, $5/l-1$.

$3/k \quad \wedge \quad 5/k$. Најмањи такав природан број је $k=15$. Аналогно, $m=10$, $n=6$.

JM